



ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ДИНАМИКА

УДК: 532.3

MSC 2010: 37L30

Фликкер-шум при свободном падении цилиндров в воздухе

К. А. Рыбкин

Описаны результаты экспериментов по свободному гравитационному дрейфу легких цилиндрических тел в воздухе. На основе реконструкции динамики временного ряда с построением фазовых портретов в псевдофазовом пространстве Такенса, вычисления спектра Ляпунова и энтропии Колмогорова–Синяя определены тип динамики протекающих процессов и ее основные параметры. Отмечается связь обнаруженного в экспериментах фликкер-шума с эргодичностью процесса.

Ключевые слова: дрейф тел, фликкер-шум, спектр Ляпунова

Получено 28 июня 2012 года

После доработки 15 сентября 2012 года

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант №12-01-31024.

Рыбкин Константин Анатольевич

k.rybkin@gmail.com

Пермский государственный национальный исследовательский университет
614990, Россия, г. Пермь, ул. Букирева, д. 15

1. Введение

Проводимые в последнюю четверть века интенсивные исследования процессов в открытых системах¹ в области динамического хаоса² дали ряд принципиально новых результатов, не укладывающихся в рамки устоявшихся научных концепций. В частности, выявилась ограниченность представлений о хаосе³ как о совершенно беспорядочном состоянии, в которое система переходит из-за вносимых в нее возмущений извне.

Первый пример так называемого динамического хаоса обнаружил Э. Лоренц в 1963 году (подробное изложение его статьи приведено в [6]). Он рассмотрел динамическую модель, описывающую конвекцию в горизонтальном слое жидкости при подогреве снизу. Для этой типичной открытой системы новым было то, что при определенных значениях числа Рэлея⁴, входящего в систему модельных уравнений, ее решение, давая последовательно ряд неравновесных⁵ стационарных состояний (ячейки Бенара⁶), становилось хаотическим.

¹Термин «открытые системы» [1] используется для характеристики любых систем (физических, биологических, социальных и т. д.), которые могут обмениваться с окружающими телами энергией, веществом и информацией. В работе используются как устоявшиеся столетиями термины, так и достаточно специфические, не общепринятые. Если первые (центральная предельная теорема, статистическая устойчивость и т. д.) не требуют пояснений, то на вторые в данной статье для удобства читателей, привыкших к статьям типа [2] или [3], даются наряду со ссылками на литературу краткие пояснения терминов из указанных работ.

²Понятие «динамический хаос» [4] используется для характеристики сложных движений в сравнительно простых динамических системах. Слово «динамический» употребляется в тех случаях, когда не учитываются источники флуктуаций. Динамической системой называется любой объект или процесс, для которого однозначно определено понятие состояния как совокупности некоторых величин в данный момент времени и задан оператор, описывающий эволюцию начального состояния во времени.

³В физике понятия «хаос» [5] и «хаотическое движение» являются фундаментальными, но недостаточно четко определенными. Хаотическими часто называют турбулентные движения в жидкостях, смешивая понятия сложности и хаотичности. Реальным хаотическим движением, так называемым «физическим хаосом», называют хаотическое движение с учетом случайных источников.

⁴Число Рэлея [7] для этой задачи служит так называемым управляющим параметром, при плавном изменении которого происходит возникновение упорядоченного макроскопического движения (бифуркация).

⁵В равновесной термодинамике изучаются очень медленные (обратимые) процессы, протекающие через последовательность равновесных состояний. Отклонение системы от положения равновесия приводит к появлению потоков массы, импульса и энергии, пропорциональных градиентам плотности, скорости и температуры. При больших отклонениях от положения равновесия линейные законы нарушаются. При этом становятся возможны процессы самоорганизации, которые Г. Хакен [9], отметив общность возникновения диссипативных структур и фазовых переходов в равновесных системах, назвал неравновесными фазовыми переходами. Соответствующую феноменологическую теорию процессов, протекающих вдали от термодинамического равновесия, называют нелинейной неравновесной термодинамикой [6].

⁶Ячейки Бенара [8] — типичный пример структуры, возникающей в процессе эволюции к равновесию открытой системы. И. Пригожин [10] показал, что при образовании в открытых системах всех видов структур — временных (автоколебания в генераторе), пространственных (ячейки Бенара) и пространственно-временных (автоволны на поверхности жидкости) — диссипация играет конструктивную роль. Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, он назвал их «диссипативными структурами».

Необычным в этой системе было также поведение фазовой траектории⁷, которая представляла собой аттрактор⁸, обладающий странными, взаимоисключающими свойствами: фазовые траектории разбегались, имея положительный показатель Ляпунова⁹ и, в то же время, стягивались в ограниченный объем пространства.

Первое из этих свойств означало, что предсказать поведение такой системы на длительное время невозможно, небольшая ошибка в задании начальных условий неудержимо растет и спустя короткое время эредитарность процесса¹⁰ утрачивается полностью. Высокая чувствительность к заданию начальных условий приводит к тому, что развитие детерминированно-хаотических процессов невозможно предсказать на длительный промежуток времени. И. Пригожин ввел для диссипативных процессов понятие временного горизонта — величину, обратную показателю Ляпунова. Это интервал времени, внутри которого выражение «две одинаковые системы» сохраняет смысл. Для увеличения этого горизонта нужно повышать точность задания начальных условий. Поэтому, несмотря на то, что хаос порождается детерминированной системой, предсказание ее будущего состояния за пределами временного горизонта возможно только в статистических терминах¹¹.

В основу определения устойчивых законов статистики положена концепция подобия, которая является важнейшим свойством многих наблюдаемых в природе структур. Рас-

⁷Законы эволюции динамической системы во времени записываются в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений $dx_i/dt = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $i = 1, 2, \dots$. Величины x_1, x_2, \dots, x_n рассматриваются как координаты точки в n -мерном пространстве динамической системы, которое в нелинейной неравновесной термодинамике называют «фазовым пространством», — принятым в математической литературе n -мерным пространством обобщенных координат и скоростей механической системы с $n/2$ степенями свободы. В [7] принят термин «пространство состояний».

⁸Если фазовая траектория при $t \rightarrow \infty$ сосредотачивается в конечной области пространства, говорят об аттракторе: или точке для стационарного движения, или предельном цикле для периодического движения. Аттракторы, которые не относятся к этим категориям, называют странными.

⁹Показатели Ляпунова определяют, вычисляя длины полуосей $d_n(t)$ эллипсоида, в который превращается первоначальный фазовый объем в форме шара бесконечно малого радиуса $d_0 \rightarrow 0$ при его перемещении вдоль фазовой траектории за бесконечное время. Характеристическими показателями Ляпунова называют предельные значения $\lambda_n = \ln(d_n(t \rightarrow \infty)/d_0)$ (n нумерует направления). Для диссипативной системы сумма показателей Ляпунова, которая равна скорости изменения фазового объема, отрицательна.

¹⁰В физическом аспекте термин «эредитарность» примерно эквивалентен понятиям память, последствие, запаздывание, наследственность, остаточность [11]. Термин используется в тех случаях, когда мгновенное (не эредитарное) влияние одного процесса на другой является лишь приближенной моделью.

¹¹В работе используются два статистических термина [12]: автокорреляционная функция — среднее по времени произведение $x(t) \cdot x(t + \tau)$ точек обрабатываемого временного ряда, взятого в два момента времени t и $(t + \tau)$,

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \frac{1}{T} x(t)x(t + \tau) dt,$$

и спектр мощности, или спектральная плотность, которая характеризует энергию процесса $x(t)$, приходящуюся на единичный интервал частот вблизи ω ,

$$S(\omega) = \langle |x_\omega(\omega)|^2 \rangle, \quad x_\omega = 1/\sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt.$$

смотрим последовательно три процесса: баллистическое движение (непрерывны траектории и производные), броуновские метания (непрерывны только траектории) и фракталы Мандельброта [13]. Траектории этих трех различных процессов самоподобны¹². При анализе таких самоподобных структур важную роль играет размерность¹³, знание которой необходимо для реконструкции¹⁴ изучаемой динамической системы.

В настоящее время существуют два основных подхода к реконструкции и анализу динамических систем. Первый подход традиционен и базируется на изучении поведения модели достаточно простого объекта, которая представляется в виде системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, полученной на основе представлений о физической природе процесса. Этим путем воспользовался Э. Лоренц. Однако для реальных хаотических процессов чаще всего не представляется возможным найти адекватное описание с помощью системы дифференциальных уравнений. Для таких процессов развит второй подход к идентификации хаотических систем, основанный на экспериментальном наблюдении хаотических процессов и на построении аттрактора в реконструированном по методу Такенса [15] псевдофазовом пространстве.¹⁵ Для реализации второго пути Грассбергер и Прокачиа [16] предложили алгоритм определения размерности процесса, то есть числа степеней свободы системы, занятых в формировании данного стохастического сигнала. Для этого вычисляют так называемый корреляционный интеграл:

$$C_m(r) = \frac{\sum_{i,j,i \neq j} \chi(r - \|X^{(i)} - X^{(j)}\|)}{N(N-1)},$$

¹²Автомодельность (самоподобие, масштабная инвариантность, скейлинг) — особая симметрия системы, позволяющая изменением масштабов одних переменных скомпенсировать преобразованием других.

¹³Существуют различные определения размерности. В геометрическом (число независимых координат для определения положения точки) и топологическом (размерность множества на единицу больше, чем размерность разреза этого множества на две части) смыслах размерность целочисленна. Размерность самоподобия D , определяемая формулой

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)}$$

(N — число одинаковых частей, на которые можно разрезать самоподобный объект на подобные ему части, линейные размеры которых в $n = 1/\varepsilon$ раз меньше исходных), может быть дробной, поскольку некоторые части могут оказаться пустыми. Самоподобные множества с нецелой размерностью D называются фракталами.

¹⁴Создание моделей и восстановление фазовых портретов динамических систем по экспериментальным временным рядам в нелинейной динамике именуется реконструкцией динамических систем, а в математической статистике получило название идентификации систем [14]. Реконструкция процесса по одному временному ряду является обратной задачей и допускает множество решений. Одной из самых распространенных методик реконструкции является запись процесса в виде системы n обыкновенных дифференциальных уравнений с неизвестными правыми частями, которые обычно записывают в виде разложений по некоторому базису.

¹⁵Псевдофазовая реконструкция — это отображение, которое каждой точке $x(t)$ временного ряда ставит в соответствие точку $X(i) = [x(t_i), x(t_i + \tau), \dots, x(t_i + m\tau)]$ псевдофазового пространства Такенса, где τ — временная задержка, m — размерность пространства вложения, то есть пространства, в которое предполагается поместить аттрактор. Размерность m определяется по формуле $m \geq 2[d] + 1$ (d — фрактальная размерность, $[d]$ — целая часть дробной размерности).

$$\chi = \begin{cases} 1 \Rightarrow \|X^i - X^j\| \leq r, \\ 0 \Rightarrow \|X^i - X^j\| > r, \end{cases}$$

где N — общее число точек обрабатываемой реализации $x(t)$; $C_m(r)$ — доля пар векторов $X(i)$ и $X(j)$ в m -мерном пространстве Такенса, расстояние между которыми меньше r ; $C_m(r) = r^\nu$; $\nu \equiv D$ — корреляционная размерность; число m^* , начиная с которого ν перестает зависеть от m , определяет размерность фазового пространства системы; χ — функция Хевисайда.

Таким образом, на основании анализа временного ряда методами Грассбергера и Прокачиа можно установить, будут ли фазовые траектории в описанном эксперименте иметь динамическое происхождение (о чем будет свидетельствовать конечномерность вложения). Кроме того, по корреляционной размерности можно определить вид аттрактора: узлу, фокусу или предельному циклу будет соответствовать целое значение корреляционной размерности, странному аттрактору — дробное.

Гораздо более тонко, чем корреляционные интегралы, динамику системы отражает так называемый спектр Ляпунова $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ [6]. Для его вычисления, кроме оценок размерности пространства вложения и реконструкции фазовой траектории методом временных задержек, требуется создание и обучение аппроксимирующей нейронной сети [17]. Обычно с помощью спектра Ляпунова определяют энтропию Колмогорова–Синая [6] как сумму положительных показателей Ляпунова: $H = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_m$, где m — последний положительный или нулевой показатель в упорядоченном по размерам спектре. Энтропия Колмогорова–Синая характеризует скорость разбегания фазовых траекторий: если динамика системы регулярна, $H = 0$, для хаотического движения $H > 0$.

Не менее важной и самостоятельной задачей при анализе экспериментальных результатов по исследованию хаотических маломерных процессов является определение спектральной плотности флуктуаций $S(\omega)$, которая является важнейшей характеристикой случайного процесса и характеризует его энергию, приходящуюся на единичный интервал частот вблизи выделенной частоты. Чаще всего функция $S(\omega)$ для случайного процесса имеет вид $S(\omega) \sim 1/(\omega^2 + \omega^2)$ (лоренцовский спектр). Однако Дж. Б. Джонсон (1925 год) обнаружил эффект мерцания катода, для которого $S(\omega) \sim 1/\omega$. В следующие десятилетия фликкер-шум регистрировался в самых различных сферах: в биологии и химии, экономике и даже музыке. Столь широкое распространение эффекта, неопределенность в локализации источника фликкер-шума и отсутствие единого взгляда на природу явления вызывают многочисленные экспериментальные и теоретические исследования [18–20]. В частности, медленное спадание спектральной плотности с частотой вызывает еще более медленное, логарифмическое спадание автокорреляционной функции:

$$R(\tau) \cong \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\omega} e^{i\omega\tau} d\omega \approx -\ln \tau.$$

Расходимость интеграла на обоих пределах компенсируется как медленным спадом подынтегральной функции, так и ограниченным диапазоном частот, с которыми имеет дело экспериментатор. Столь медленное убывание автокорреляционной функции свидетельствует об эрдитарности процесса. В математической теории, например, движения тел в жидких средах обычно предполагается, что скорость объекта в данный момент времени практически не зависит от его предыдущих смещений (марковское свойство процесса). По-видимому, процессы дрейфа с фликкер-шумом не являются марковскими из-за того, что окружающая

среда действует как накопитель памяти. Движение объекта вызывает возмущения течения самой среды, влияющие на дальнейшее его движение [11].

В последнее время для объяснения эффекта фликкер-шума была разработана концепция самоорганизованной критичности [21]. Слово «критичность» в названии концепции связано с характерной и для $1/f$ -шума, и для критических точек термодинамической системы пространственно-временной инвариантности, означающей самоподобие флуктуаций. Заметим, однако, что термодинамическая критическая точка требует тонкой настройки, тогда как для системы с фликкер-шумом никакой настройки не требуется.

Обсуждаемые в работе процессы относятся к гидродинамике неравновесных процессов в открытых нелинейных системах. Интенсивное изучение таких систем и процессов в последние четверть века объясняется, кроме очевидной технической и научной важности проблематики, еще и простотой и доступностью предложенной Такенсом, Грассбергером и др. методики обработки стохастических процессов. Теоретическое обоснование метода привело к появлению большого числа работ по анализу хаотических процессов в самых различных областях науки от медицины до экономики [22–24]. На этом пути многочисленными исследователями турбулентных гидродинамических течений достигнуты впечатляющие результаты [21]. В настоящей работе акцент с турбулентности гидродинамических течений перенесен на изучение влияния турбулентных потоков на дрейф вносимых в систему легких объектов.

2. Экспериментальная часть

Каждая серия экспериментов представляла собой многократную киносъемку процесса падения бумажных цилиндров (полые папиросные гильзы). Высокоскоростная камера была настроена на вертикальную плоскость xz лабораторной системы координат (x, y, z) в области предполагаемой траектории объекта (проекция анфас), глубина резкости при диафрагме 8 составляла около одного метра, частота от 100 до 250 кадров/с. Фоном служили матовые экраны, освещение — боковое, от прожектора, который давал плоский луч света.

За время падения объекта удавалось получить до трехсот кадров с изображениями объекта. Затем выбранные фотокадры обрабатывались с помощью комплексов программ Mathematica и Excel. При обработке учитывалось, что объекты при своем дрейфе в воздухе смещались не только по высоте, но и в горизонтальных направлениях. В результате их расстояние до кинокамеры непрерывно менялось и вместе с этим менялись размеры их видимого изображения. Поэтому для каждого кадра фильма вводились масштабные множители, полученные с помощью учета реального и видимого размера объекта. По полученным значениям координат крайних точек определялось положение центра масс объекта (x_c, y_c, z_c) и угол наклона оси симметрии гильзы к горизонту в плоскости xz . Из-за размытости получаемых изображений, ошибка при регистрации фиксируемых точек составляла в среднем 3 %, но для особо неудачных кадров около 20 %.

Обрабатывались только средние фотокадры видеофильмов, на которых зафиксированы положения объектов в моменты времени t_n прохождения горизонтальных плоскостей z_n , $n = 0, 1, \dots$, разделенных интервалом $z_{n+1} - z_n = \Delta z = v \times \tau \cong 0.3$ см. (Здесь v и $\tau = 1/f$ — средняя вертикальная составляющая скорости и временной интервал между кадрами соответственно. Далее время t будем измерять в безразмерных единицах, взяв в качестве единицы τ : $t_n = n\tau$.) Начальные кадры фильмов, соответствующие переходным режимам падения, отбрасывались. Последние 10 кадров отбрасывались из-за возможного влияния

на дрейф близкой поверхности пола. Для увеличения точности обработки, видеозаписи были сделаны для каждой серии идентичных объектов по 10 раз. Затем все видеозаписи рассматривались как идентичные выборки из генеральной совокупности. На рисунке 1 представлены траектории полых цилиндров (1, 3) и квадратного листа бумаги (2).

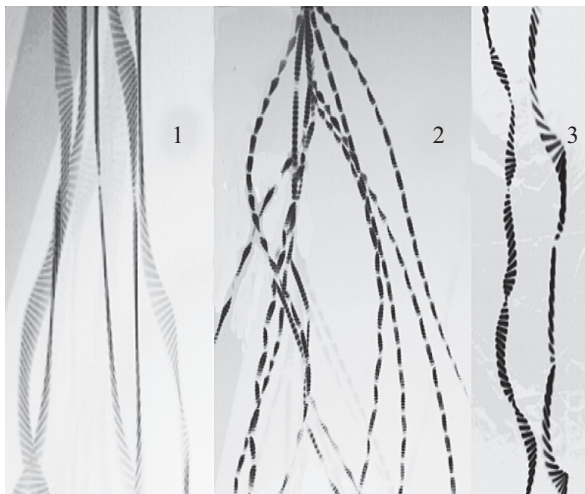


Рис. 1. Последовательные положения полых бумажных цилиндров во время их гравитационного дрейфа. Частота съемки 100 кадров/с. Параметры цилиндров: длина = 66 мм; диаметр = 8 мм, вес = 0.06 г (слева) и длина = 50 мм; диаметр = 6 мм; вес = 0.014 г (справа). (В центре помещена траектория квадратного листочка писчей бумаги площади $2 \times 2 \text{ см}^2$.)

Основной задачей при анализе экспериментальных результатов по исследованию хаотических процессов является определение параметров, позволяющих идентифицировать динамику изучаемой системы. Для этого обычно используется комплексный подход, включающий следующие элементы: использование дискретного преобразования Фурье; реконструкцию динамики временного ряда с построением фазовых портретов; определение размерностей фазового пространства вложения и аттрактора; вычисление спектра Ляпунова и энтропии Колмогорова.

Наблюдение за процессом падения цилиндров производилось с помощью съемки на скоростную видеокамеру с последующим переносом фильма на жесткий диск компьютера и дальнейшей покадровой обработкой. Все получаемые фотокадры для каждой серии экспериментов с идентичными гильзами совмещались на одном фотоснимке, а после обработки определялись автокорреляционные функции (рис. 2) и спектральные плотности $S(\nu)$, $\nu = 1/n$ процессов (рис. 3).

Затем вычислялись корреляционные интегралы Грассбергера и Прокачиа. Для этого были сконструированы псевдофазовые пространства Такенса из m -мерных векторов $X_{(i)} = \{x(t_i), x(t_i + \tau), x(t_i + 2\tau), \dots, x(t_i + (m - 1)\tau)\}$, где m менялось от 1 до 10; время задержки τ определялось методом автокорреляционной функции.

Фрактальная размерность аттрактора определялась по графикам $\ln C = D \ln \varepsilon$. Было установлено, что размерность фазового пространства n и корреляционная размерность аттрактора для разных цилиндров менялась от 3 до 4 и от 1.1 до 1.5 соответственно (рис. 4). Таким образом, можно констатировать, что турбулентность процесса имеет динамическое происхождение (пространство вложения имеет конечную размерность), а фазовые траектории располагаются на странном аттракторе (дробное значение корреляционной размерности).

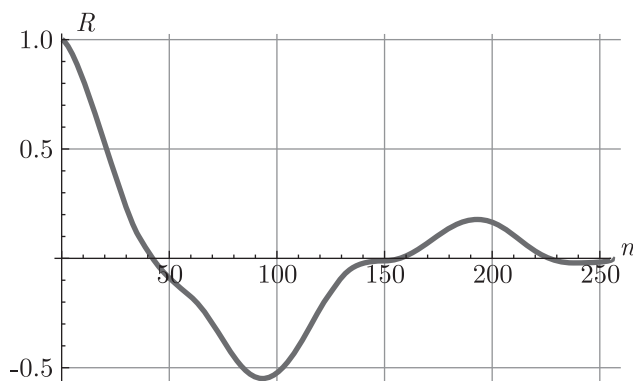


Рис. 2. Характерные автокорреляционные функции процессов падения одной из идентичных гильз, траектории которых представлены на рис. 1.

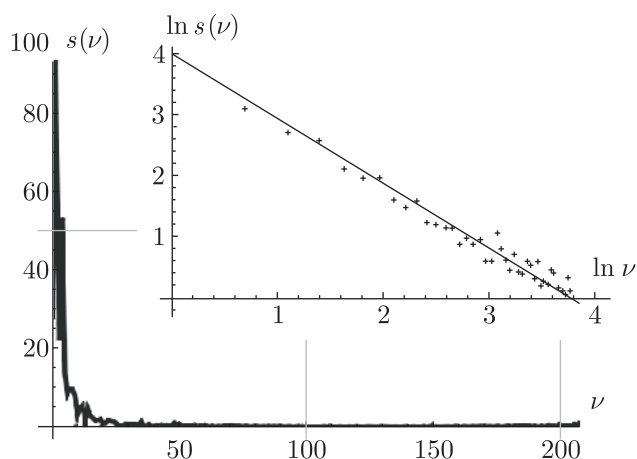


Рис. 3. Спектральные плотности процессов падения одной из идентичных гильз. На врезке график спектральной плотности процесса в области $(10 < \nu < 50)$.

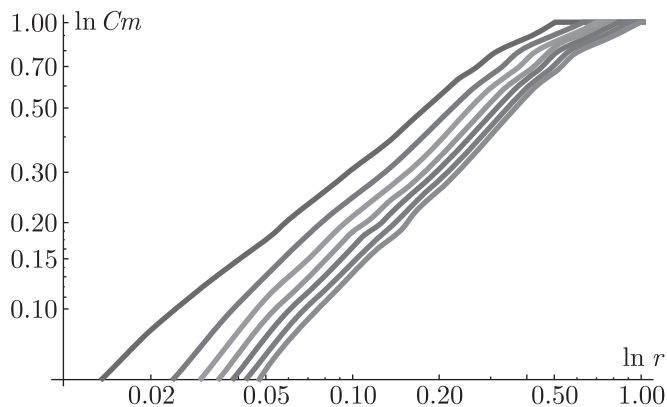


Рис. 4. Корреляционные интегралы, рассчитанные по экспериментальным данным отклонения траектории цилиндров вбок от вертикали. Кривые построены для $m = 2$ (верхняя кривая), $3, \dots, 8$, корреляционная размерность $D = 1, 3$ (наклон кривой $\ln \Delta C / \ln \Delta \epsilon$ на линейном участке), размерность вложения $n = 3$ (кривые на линейном участке параллельны для $m > 2$).

Для вычисления спектра Ляпунова и энтропии Колмогорова–Синяя по экспериментально полученным числовым рядам использовался алгоритм Бенеттина и нейронные сети [25]. В рассматриваемой задаче характеристические показатели Ляпунова оказались равными 0.78, 0.00004, -1.13 . Как известно [3], для диссипативной системы сумма показателей Ляпунова отрицательна, но в случае $n \geq 3$ наряду с отрицательным и нулевым показателем (вдоль фазовой траектории) может существовать и положительный показатель, характеризующий неустойчивость одного из направлений. Для трехмерного аттрактора положительный коэффициент Ляпунова равен энтропии Колмогорова–Синяя и может, следовательно, иметь предсказательную силу, позволяющую прогнозировать дальнейшее поведение системы. В частности, для оценки горизонта Пригожина нужно выбрать основание для логарифма, равное двум, и тогда определенная по спектру Ляпунова энтропия Колмогорова–Синяя $\lambda_1 = H = 0.78$ будет измеряться в бит/(шаг по времени): $\exp(0.78) = 2^h \rightarrow h = 1.125$ бит/ τ , где τ — шаг по времени.

Пусть, например, начальные условия определены с точностью до одной тысячной (источник выдает 1000 равновероятных сообщений!), что составляет десять бит. Для вычисленного $h = 1.125$ бит/ τ скорость разбегания со временем соседних траекторий определится относительным расстоянием, на которое разойдутся концы двух радиус-векторов $a(0)$ и $a(0)(1 + 0.001)$, разделенные в начальный момент отрезком $0.001a(0)$:

$$\begin{aligned} a_1(t) &= a(0)2^{1.125\Delta t}, \\ a_2(t) &= a(0)(1 + 0.001) \cdot 2^{1.125\Delta t}, \\ (a_2(t) - a_1(t))/a(0) &= (0.001) \cdot 2^{1.125\Delta t} \rightarrow \Delta t = 10/1.125 \approx 9 \text{ шагов,} \end{aligned}$$

то есть в течение девяти шагов по времени процесс падения гильзы не претерпит серьезных изменений (при частоте съемки 100 кадров/с шаг по времени $\tau = 0.01$ с).

3. Заключение

Анализ полученных экспериментальных результатов позволил сделать выводы, что фазовые траектории при движении полых бумажных цилиндров имеют динамическое происхождение (конечномерность размерности вложения) и расположены на странном аттракторе (дробное значение корреляционной размерности). Спектральная плотность флуктуаций вблизи выделенной частоты в области малых частот изменяется обратно пропорционально частоте (фликкер-шум или $1/f$ -шум), что свидетельствует об эргодичности системы. В системе сформировалась упорядоченная временная диссипативная структура с выделенной частотой колебаний при сильной зашумленности спектральной плотности. Обнаружена определенная тенденция образования винтовой формы траектории с постоянным шагом. Ось аксиальной симметрии цилиндра имеет тенденцию располагаться нормально к вертикали при случайной ориентации в горизонтальной плоскости.

В заключение хочется поблагодарить Ю. К. Братухина, И. Ю. Макарихина, С. О. Макарова за полезные замечания и помощь в подготовке статьи.

Список литературы

- [1] Климонтович Ю. Л. Введение в физику открытых систем // Соросовский образовательный журнал, 1996, № 8, с. 109–116.

- [2] Jin Ch., Xu K. Numerical study of the unsteady aerodynamics of freely falling plates // Commun. Comput. Phys., 2008, vol. 3, no. 4, pp. 834–851.
- [3] Field S.B., Klaus M., Moore M.G., Nori F. Chaotic dynamics of falling disks // Nature, 1997, vol. 388, pp. 252–254.
- [4] Анищенко В. С., Вадивасова Т. Е., Окрокверцхов Г. А., Стрелкова Г. И. Статистические свойства динамического хаоса // УФН, 2005, т. 175, № 2, с. 163–179.
- [5] Климонтович Ю. Л. Турбулентное движение и структура хаоса: Новый подход к статистической теории открытых систем. 2-е изд. М.: КомКнига, 2007. 328 с.
- [6] Скоков В. Н., Селезнёв В. В. Введение в физику неравновесных процессов. Екатеринбург: УГТИ–УПИ, 2008. 232 с.
- [7] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: В 10 тт.: Т. 6: Гидродинамика. 3-е изд., перераб. М.: Наука, 1986. 736 с.
- [8] Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1989. 272 с.
- [9] Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
- [10] Пригожин И. От существующего к возникающему. М.: Наука, 1985. 328 с.
- [11] Учайкин В. В. Метод дробных производных. Ульяновск: Артишок, 2008. 512 с.
- [12] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике: Для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1978. 832 с.
- [13] Мандельброт Б. Б. Фрактальная геометрия природы. М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
- [14] Лукьянов Г. Н. Идентификация параметров хаотических процессов в экспериментальных исследованиях // Вестник Академии технического творчества, 1998, № 2, с. 13–49.
- [15] Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // Dynamical Systems and Turbulence (Warwick, 1980): Proc. of the Symposium held at the University of Warwick, Coventry, 1979–1980 / D. A. Rand, L. S. Young (Eds.). (Lect. Notes Math., vol. 898.) Berlin: Springer, 1981. P. 366–381.
- [16] Grassberger P., Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors // Phys. D, 1983, vol. 9, pp. 189–208.
- [17] Головкин В. А. Нейросетевые методы обработки хаотических процессов // VII Всеросс. научно-технич. конф. «Нейромнформатика–2005»: Лекции по нейроинформатике. М.: МИФИ, 2005. 214 с.
- [18] Коверда В. П., Скоков В. Н., Скрипов В. П. $1/f$ -шум в критическом неравновесном фазовом переходе // Письма в ЖЭТФ, 1996, т. 63, № 9, с. 739–742.
- [19] Коверда В. П., Скоков В. Н., Скрипов В. П. $1/f$ -шум при неравновесном фазовом переходе // ЖЭТФ, 1998, т. 113, № 5, с. 1748–1753.
- [20] Бак П., Чен К. Самоорганизованная критичность // В мире науки, 1991, № 3, с. 16–24.
- [21] Рабинович М. И., Сущик М. М. Регулярная и хаотическая динамика структур в течениях жидкости // УФН, 1990, т. 160, № 1, с. 3–64.
- [22] Делев В. А., Скалдин О. А., Батыршин Э. С., Аксельрод Е. Г. Хаотическая динамика в системе электроконвекции нематического жидкого кристалла // ЖТФ, 2011, т. 81, № 1, с. 11–18.
- [23] Магомедбеков У. Г., Гасанова Х. М., Гасангаджиева У. Г., Абдулхамидов К. А., Муцалова С. Ш. Химические неустойчивости при окислении 1, 4-нафтодиола в гомогенной среде: 1. Детерминированный характер процесса окисления 1, 4-нафтодиола и его количественные параметры // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 2. Химия, т. 48, № 3, с. 212–216.
- [24] Майоров О. Ю., Фенченко В. Н. Повышение надежности исследований детерминированного хаоса в биоэлектрической активности (ЭЭГ, ЭКГ и вариабельности сердечного ритма) методами нелинейного анализа // Клиническая информатика и телемедицина, 2009, т. 5, № 6, с. 10–17.
- [25] Benettin G., Galgani L., Strelcyn J. M. Kolmogorov entropy and numerical experiments // Phys. Rev. A, 1976, vol. 14, pp. 2338–2345.

Flicker noise in free fall cylinders in air

K. A. Rybkin

Perm State National Research University
Bukireva st. 15, Perm', 614990, Russia
k.rybkin@gmail.com

The results of experiments on the free gravitational drift of light cylindrical bodies in the air. Based on the reconstruction of the dynamics of the time series with the construction of phase portraits in Takens space, computing the spectrum of Lyapunov and Kolmogorov–Sinai entropy defined type of dynamics taking place processes and its basic parameters. The connection between the observed in experiments flicker noise hereditary process.

MSC 2010: 37L30

Keywords: drift bodies, flicker noise, the spectrum of Lyapunov

Received June 28, 2012, accepted September 15, 2012

Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2012, vol. 8, no. 3, pp. 629–639 (Russian)